

Wikipedia über die Tetraktys

Die Tetraktys (Vierheit oder Vierergruppe) ist ein Begriff aus der Zahlenlehre der antiken Pythagoreer. Er spielte in der pythagoreischen Kosmologie und Musiktheorie eine zentrale Rolle, da man in der Tetraktys den Schlüssel zum Verständnis der Weltharmonie sah.

Antike Bedeutung

Als Tetraktys bezeichneten die Pythagoreer die Gesamtheit der Zahlen 1, 2, 3 und 4, deren Summe 10 ergibt. Da die Zehn die Summe der ersten vier Zahlen ist, nahm man an, dass die Vierheit die Zehn erzeugt. Der Zehn kam schon durch den Umstand, dass sie bei Griechen und Barbaren (Nichtgriechen) gleichermaßen als Grundzahl des Dezimalsystems diente, eine herausgehobene Rolle zu. Von den Pythagoreern wurde die Zehn überdies, wie Aristoteles berichtet, wegen ihres Zusammenhangs mit der Tetraktys als etwas Vollkommenes betrachtet, das das ganze Wesen der Zahlen umfasst. Daher wurde die Zehn auch heilige Zahl genannt.

Die pythagoreische Kosmologie ging von der Annahme aus, dass der Kosmos nach mathematischen Regeln harmonisch geordnet ist. In dieser Weltdeutung war die Tetraktys ein Schlüsselbegriff, da sie die universelle Harmonie ausdrückte. Daher nahmen manche Pythagoreer an, dass es zehn bewegte Himmelskörper geben müsse, obwohl nur neun sichtbar waren. Eine Spekulation, die ihnen Aristoteles verübelte. Die Entdeckung der Weltharmonie wurde Pythagoras von Samos, dem Begründer der pythagoreischen Tradition, zugeschrieben. Daher gab es bei den Pythagoreern eine Eidesformel, die lautete:

Nein, bei dem, der unserer Seele die Tetraktys übergeben hat, welche die Quelle und Wurzel der ewig strömenden Natur enthält.

Mit demjenigen, der die Tetraktys übergab, war Pythagoras gemeint.

In den Goldenen Versen (*carmen aureum*), einem in der Antike und dann erneut in der Renaissance populären Gedicht, das die pythagoreischen Lehren zusammenfasste, steht eine etwas abweichende Fassung der Formel (Verse 47 und 48):

Ja, bei dem, der unserer Seele die Tetraktys übergeben hat, Quelle der ewig strömenden Natur.

Die Tetraktys wurde mit Zählsteinen (*psphoi*) ausgedrückt, indem die vier Zahlen in Form eines gleichseitigen Dreiecks übereinander angeordnet wurden:



Auch hierin lag eine Symbolik, da das gleichseitige Dreieck als eine vollkommene Figur galt.

In der Musik stellten die Pythagoreer fest, dass die harmonischen Grundkonsonanzen Quarte, Quinte und Oktave, denen die Zahlenverhältnisse 4:3 (= 8:6), 3:2 (= 9:6) und 2:1 (= 12:6) zugeordnet wurden, mit den vier Zahlen der Tetraktys ausgedrückt werden können, ebenso wie auch zwei weitere Intervalle: die aus Oktave und Quinte bestehende Duodezime (3:1) und die Doppeloktave (4:1). Nur diese fünf Intervalle wurden als *symphon* anerkannt. Die Undezime (8:3), die nicht in den Rahmen der Tetraktys passt, wurde also aufgrund einer theoretischen Überlegung von den konsonanten Intervallen ausgeschlossen, obwohl sie als konsonant oder zumindest nicht als dissonant

wahrgenommen wird. Die Theorie der Tetraktys hatte Vorrang gegenüber der sinnlichen Wahrnehmung. Diese Vorgehensweise wurde von dem empirisch denkenden Musiktheoretiker Ptolemaios kritisiert.

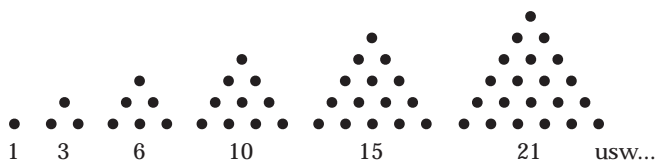
Neben der Gruppe der Zahlen 1 bis 4 gab es bei den Pythagoreern noch andere bedeutsame Vierergruppen von Zahlen, die ebenfalls Tetraktys genannt wurden. In der Musiktheorie war die Gruppe 6, 8, 9, 12 besonders wichtig, da diese Zahlen den unveränderlichen Saiten der Lyra (Hypate, Mese, Paramese, Nete) zugeordnet waren. Der Musiktheoretiker Nikomachos von Gerasa bezeichnet diese Gruppe daher als "erste" Tetraktys, wobei "erste" rangmäßig zu verstehen ist. Er gibt an, dass die 6 dem tiefsten Ton, der Hypate, entspricht, die 12 dem höchsten, der Nete. Auch in der Geometrie fand sich mit den vier Elementen Punkt, Linie (Länge), Fläche (Breite) und Körperlichkeit (Tiefe) eine Vierheit, die für die Pythagoreer auf die Tetraktys deutete. Der Punkt wurde der Eins, die Länge der Zwei, die Fläche der Drei und die Körperlichkeit der Vier zugeordnet.

Wikipedia über Dreieckszahlen

Eine Dreieckszahl ist eine Zahl, die der Summe aller Zahlen von 1 bis zu einer Obergrenze n entspricht. Beispielsweise ist die 10 eine Dreieckszahl, da $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ ist. Die ersten Dreieckszahlen sind

0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, ...

Die Bezeichnung Dreieckszahl leitet sich von der geometrischen Figur des Dreiecks her. Die Anzahl der Steine, die man zum Legen eines Dreiecks benötigt, entspricht immer einer Dreieckszahl. Aus zehn Steinen lässt sich beispielsweise ein Dreieck legen, bei dem jede Seite von vier Steinen gebildet wird. Aufgrund dieser Verwandtschaft mit einer geometrischen Figur zählen die Dreieckszahlen zu den figurierten Zahlen, zu denen auch die Quadratzahlen und gehören. Schon Pythagoras hat sich mit Dreieckszahlen beschäftigt.



Wikipedia über n-Simplexe

Das (oder manchmal auch der) Simplex oder n -Simplex (Mehrzahl: Simplexe, Simplicia, Simplicies oder Simplicizes) ist ein Begriff aus der Geometrie und beschreibt einen n -dimensionalen Körper (eigentlich ein Polytop).

Dabei ist ein Simplex das einfachste Polytop – jeder seiner Punkte erweitert es in eine andere Dimension, so dass ein n -dimensionales Simplex $n + 1$ Ecken besitzt. Man erzeugt ein n -Simplex aus $n + 1$, indem man einen Punkt in einer weiteren Dimension hinzunimmt und alle Ecken des niedrigerdimensionalen Simplex mit diesem Punkt verbindet. Somit ergibt sich mit zunehmender Dimension die Reihe: Punkt, Strecke, Dreieck, Tetraeder... Ein n -Simplex ist die Fortsetzung dieser Reihe auf n Dimensionen.

